

Elektrische Messtechnik für Informatiker SS2003

3. Übung: Fehlerrechnung und Messdatenauswertung

3.1 Widerstandsmessung

Der Wert eines ohmschen Widerstandes R soll durch eine getrennte Strom- und Spannungsmessung und der Anwendung des Ohmschen-Gesetzes ermittelt werden.

Gemessen wurden $I=700$ mA und $U=8,0$ V mit den systematischen Messabweichungen von $\Delta I = 15$ mA; $\Delta U = -100$ mV.

- Skizzieren Sie den Messaufbau.
- Wie groß sind die absolute bzw. relative Messabweichung F_{abs} bzw. F_{rel} ?

3.2 Messungen an Spannungs- und Stromquellen

Rechnen Sie nochmals die Beispiele der Vorlesung durch, wenn an den Klemmen einer Spannungs- bzw. Stromquelle jeweils mit einem nicht idealen Instrument gemessen wird.

3.3 Fehlerberechnung allgemein (teilweise ehemalige Klausuraufgabe)

Ein Messergebnis y berechnet sich aus den beiden fehlerbehafteten Messgrößen A und B sowie dem fehlerfreien Faktor K zu:

$$y = A (1 + B) K.$$

Die Messung von A und B sind zunächst mit **systematischen Messabweichungen** behaftet mit den Absolutwerten ΔA und ΔB bzw. Relativwerten ε_A und ε_B . ($\varepsilon_A = \Delta A/A \ll 1$, $\varepsilon_B = \ll 1$)

- Ermitteln Sie die absolute Messabweichung F_{abs} allgemein abhängig von ΔA , ΔB und dann abhängig von ε_A , ε_B sowie A und B .
- Berechnen Sie die relative Messabweichung F_{rel} allgemein.
- Wie groß ist F_{rel} zahlenmäßig für $\varepsilon_A = +2\%$; $\varepsilon_B = -1\%$; $A = 2,0$; $B = 1,0$?
- Diskutieren Sie den Lösungsweg bei grossen Zahlenwerten ε_A , ε_B z.B. im 30%-Bereich.

A und B seien nun mit **statistischen Messunsicherheiten** s_A und s_B behaftet.

- Erläutern Sie den Begriff „statistische Messunsicherheit“.
- Wie lautet das „Gesetz zur Fortpflanzung von Messunsicherheiten“?
- Wie groß ist die statistische Messunsicherheit F_{sabs} abhängig von s_A , s_B sowie der relative F_{wrel} abhängig von ε_A , ε_B ? Wie gross ist die zugehörige Aussagesicherheit?
- Skizzieren Sie die den Verlauf der Dichtefunktion für y (Parameter angeben).

3.4 Fehlerrechnung allgemein

Aus den Messgrößen U, R und S wird das Messergebnis y wie folgt berechnet:

$$y = 2\pi \frac{UR}{\sqrt{S}}$$

Lösen Sie die Fragestellungen von 3.3 sinngemäss.

3.5 Fehlerrechnung bei einer Durchflussmessung

Ein Sensor zur Messung des Durchflusses Q_F liefert einen Ausgangsstrom I von:

$$I = a\sqrt{b Q_F}$$

a und b sind Geräteparameter, die vom Hersteller mit systematischen relativen Messunsicherheiten ε_a und ε_b spezifiziert sind.

- Welche Empfindlichkeit E besitzt der Sensor?
- Welche relative Messunsicherheit F_{rel} kann im ungünstigsten Fall entstehen?
(allgemein und zahlenmäßig für $|\varepsilon_a| = 1\%$ und $|\varepsilon_b| = 5\%$)

3.6 Fehler eines Kapazitätsnormals

Ein Plattenkondensator wird als Kapazitätsnormal eingesetzt. Auf grund von Fertigungstoleranzen ist mit folgenden Abmessungen zu rechnen:

Plattendurchmesser $D = (D_o + \Delta D)$; Plattenabstand $a = (a_o + \Delta a)$

$D_o = 20,0 \text{ mm}$; $a_o = 1,0 \text{ mm}$; $\Delta D = \pm 0,1 \text{ mm}$ und $\Delta a = \pm 0,02 \text{ mm}$; $\varepsilon_o = 8,854 \cdot 10^{-12} \text{ AsV}^{-1} \text{ m}^{-1}$.

- Wie lautet die Gleichung für den Plattenkondensator $C = g(D, a, \varepsilon_o)$?
(ggf. hilft das Nachschauen in einem Physikbuch !)
- Berechnen Sie die absolute Messabweichung F_{abs} , wenn Δa und ΔD als **systematische Messabweichungen** anzusehen sind. (Bezugswert ist der Sollwert von C)
- Berechnen Sie die absolute Messunsicherheit F_{abs} , wenn Δa und ΔD als **statistische Messunsicherheiten** anzusehen sind. (Bezugswert ist der Sollwert von C)

3.7 Messdatenauswertung (nicht sehr alte Klausur-Aufgabe)

Die Messung einer Spannung U , die mit zufälligen gaußverteilten Messunsicherheiten behaftet ist, ergab 8 unterschiedliche Messwerte:

Messung i	1	2	3	4	5	6	7	8
U in mV	995	993	1006	994	1003	1001	1005	999

- Durch welche Parameter ist eine Gauß-Verteilung gekennzeichnet?
- Diskutieren Sie die Begriffe „Schätzwert des Mittelwertes“, „Standardabweichung“, „Messunsicherheit“.
- Wie groß sind der Schätzwert μ_{sE} des Mittelwertes, die Standardabweichung s_E und die absolute Messunsicherheit F_{sabs} der Einzelmesswerte?
- Zeichnen Sie mit den in c) ermittelten Parametern den Verlauf der Dichtefunktion $f(U)$ und der Summenfunktion $F(U)$. (Annahme: unendlich viele messwerte $N \rightarrow \infty$).
- In welchem Intervall ΔU sind 68,3% bzw. 99,7% aller Einzelmesswerte zu erwarten?
- Die Messreihe mit je 8 Einzelmessungen wird $M=25$ mal wiederholt und für jede Messreihe ein Mittelwert gebildet.
- Wie groß ist der Schätzwert μ_{sMR} des Mittelwertes dieser Mittelwerte und die Standardabweichung s_{MR} dieser Mittelwerte?
- Worin liegt der Gewinn der wiederholten Messungen?
- Tragen Sie in die Diagramme von c) die Verteilungsfunktionen der Mittelwerte ein.

Anmerkung:

In der Messtechnik haben sich die bisher gebräuchlichen Definitionen des Begriffs „Messfehler“ teilweise gründlich geändert, wobei allerdings weiterhin keine Eindeutigkeit besteht.

In den folgenden Fehlerrechnungen werden entsprechend der Vorlesung die folgenden Begriffe verwendet:

Messabweichung oder Messfehler:

Beide Begriffe werden synonym verwendet, wobei der Begriff „Messabweichung“ bevorzugt wird. Die Effekte sind systematischer Art, können absolut oder relativ angegeben werden, sind korrigierbar.

Messunsicherheit:

Es handelt sich um statistische Angaben in Form von Mittelwerten und Standardabweichungen, die mit Hilfe des „Gesetzes der Fortpflanzung der Messunsicherheiten“ berechnet werden. Die (statistische) Messunsicherheit wird in Vielfachen der Standardabweichung angegeben, wozu immer auch die Angabe der Aussagesicherheit (= zu Grunde gelegte Wahrscheinlichkeit) gehört.