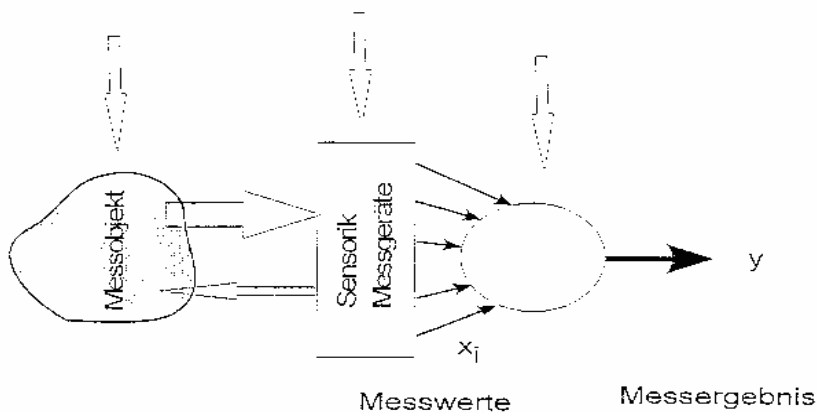


### 3. Messfehler und Messunsicherheiten



Jede Messung ist fehlerbehaftet.  
 Es ist nicht möglich den (idealen) wahren Messwert, das wahre Messergebnis anzugeben.

Messfehler (Messabweichungen)	Messunsicherheiten
systematische Ursachen (->3.1)	zufällige Ursachen (->3.2)
Ursachen bekannt, angebbar nach Grösse und Vorzeichen	Ursachen nicht bekannt nicht angebbar nach Grösse u. Vorzeichen gehorchen einer statistischen Verteilung
Korrigierbar wiederholtes Messen ohne gewinn	i.a. nicht korrigierbar Gewinn durch wiederholtes Messen

fehlerarme Messergebnisse:

- Rückwirkungen des Messgerätes auf das Messobjekt gering halten
- bestimmungsgemässer Einsatz der Messgeräte (Messeinrichtung)
- Messfehler a priori gering halten + korrigieren
- Messunsicherheiten durch wiederholte Messungen verringern

Literatur: DIN 1319, GUM-leitfaden (Guide to the expression of uncertainty in Measurement)

Problematik::

verwirrende, nicht widerspruchsfreie Begriffe: Messfehler, Messabweichung, Messunsicherheit, wahrer Wert, korrigierter Wert, usw.  
 absoluter Fehler

#### Definitionen

bekannter absoluter Fehler (abs. Messabweichung)

$$F_{abs} = \Delta y = y - y_w ; \text{ häufig: } y_{korrr} = y_w = y - \Delta y$$

relativer Fehler

$$F_{rel} = F_{abs} / \text{Bezugswert} (*100\%)$$

### 3.1 bekannte systematische Messfehler (Messabweichungen)

Beispiel: Messen von Strom, Spannung, Leistung, Widerstand

#### a) Einzelmessgrösse $y = f(x_1)$

Messergebnis ist Funktion nur einer Messgrösse  $x_1$

#### b) Fehlerfortpflanzung $y = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$

Messergebnis ist Funktion mehrerer fehlerbehafteter Messgrössen  $x_1, x_2, \dots$

#### c) Spezialfälle der Fehlerfortpflanzung

Summe, Differenz

Produkt, Quotient

### 3.2 Messunsicherheiten

In vielen Fällen gehorchen die gewonnenen Messwerte durch Fehlereinflüsse und Störungen einer sog. Gauß- oder Normalverteilung:

Parameter: Mittelwert  $\bar{x}$  und Standardabweichung  $s$ .

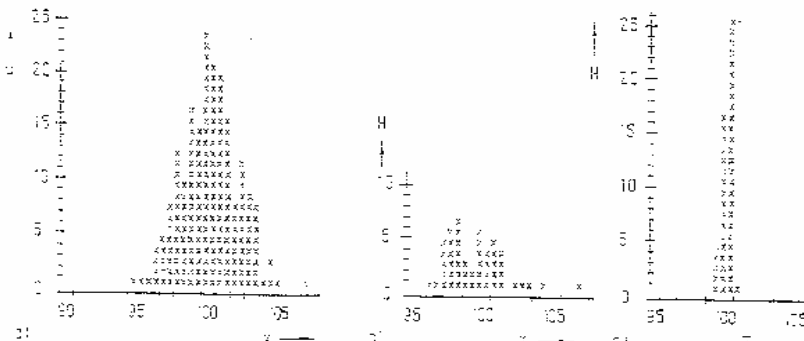
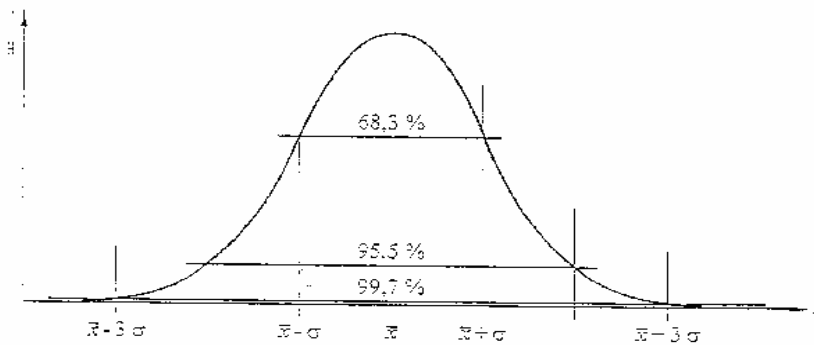
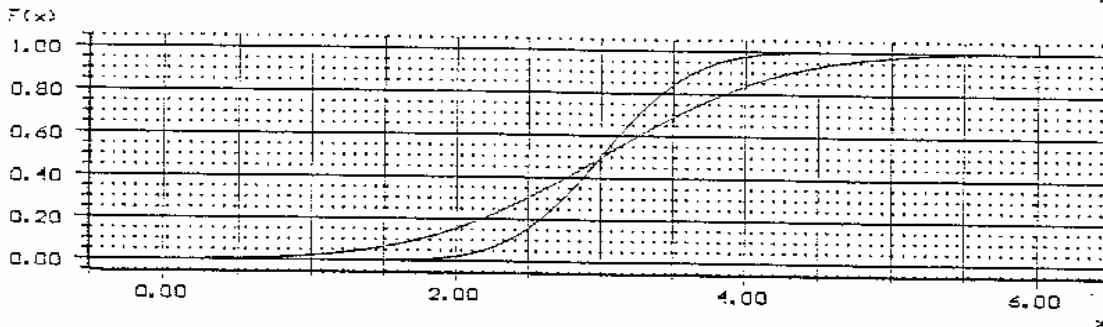
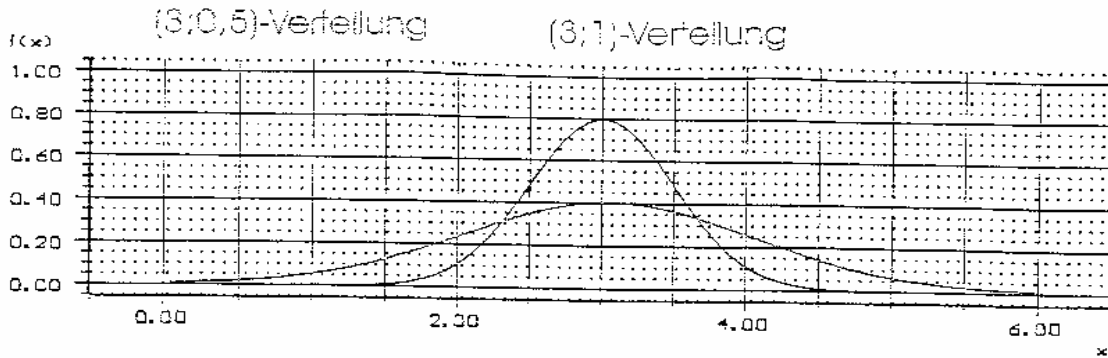


Bild 1.9: Die Verteilung der Mittelwerte (c) hat eine geringere Standardabweichung als die Verteilung der Einzelmeßwerte (a).  
 a) 100 normalverteilte Meßwerte mit  $\bar{x} = 99,89$  und  $s = 3,05$   
 b) Stichprobe von 49 zufällig aus (a) entnommenen Meßwerten;  $\bar{x} = 99,48$ ,  $s = 2,06$   
 c) Verteilung von 49 Stichprobenmittlerwerten (Tabelle 1.5);  $\bar{x} = 99,98$ ,  $s_1 = 0,5$

### 3. Messfehler und Messunsicherheiten

a) Einzelmessgrösse  $y = f(X_1)$

b) Fehlerfortpflanzung  $y = f(X_1, X_2, \dots, X_n)$